

In het algemeen: een reëel getal heet algebraïsch, wanneer het de wortel is eener algebraïsche vergelijking met geheele coëfficiënten. Den kleinsten graad, dien die vergelijking kan bezitten, noemen we den graad van het getal a ; men onderscheidt dus algebraïsche getallen van den 1en, 2en, 3en, algemeen n den graad; alle rationale getallen zijn van den 1en graad.

Met de vraag naar een zuiver rekenkundig kenmerk, waarmee men den graad van een getal kan herkennen, hielden zich vele wiskundigen, o.a. Lagrange, Liouville en Jacobi bezig; wij stippen alleen aan, dat voor de quadratische algebraïsche getallen de periodieke kettingbreuken een dergelijk kenmerk vormen.

Het was Liouville, die zich ook bezig hield met ons benaderingsprobleem. Hij vond op zeer eenvoudige wijze, dat bij ieder algebraïsch getal a van den tweeden graad een positieve constante c kan worden gevonden, waarvoor het volgende geldt: er bestaat slechts een eindig aantal breuken $\frac{x}{y}$, welke minder van a verschillen dan de waarde $\frac{c}{y^2}$.

Vergelijken we dit met het zooeven besproken resultaat van Hurwitz, dan begrijpen we, dat verscherping van Liouville's resultaat alleen gelegen kan zijn in nadere bepaling van c : de exponent 2 kan in de breuk $\frac{1}{\sqrt{5} y^2}$ van

Hurwitz niet door een grooteren en in de breuk $\frac{c}{y^2}$ van Liouville niet door een kleineren worden vervangen. De waarde 2 van dien exponent is dus voor de quadratische irrationale getallen de kritieke waarde.

Liouville strekte echter zijn onderzoek ook uit tot de algebraïsche getallen van hooger graad. Zijn resultaten zijn later verscherpt door Thue, terwijl diens stellingen eenige jaren geleden werden verbeterd door Siegel. Het blijkt nu, dat voor algebraïsche getallen van hooger graad dan 2 nog niet kan worden uitgemaakt, welke de kritieke waarde van den besproken exponent is.