

braïsch getal  $\neq 1$ , transcendent zijn. Wegens de eenvoudige eigenschappen van machten volgen al deze feiten uit de volgende stelling van Lindemann:

Iedere lineaire combinatie van machten met grondtal  $e$  en met algebraïsche exponenten en coëfficiënten is steeds ongelijk aan nul.

Verondersteld wordt hierbij natuurlijk, dat niet alle exponenten en niet alle coëfficiënten gelijk aan nul zijn.

De vraag, of de stelling van Lindemann ook voor andere functies  $f(x)$  dan de exponentiaalfunctie geldt, is in het algemeen zeer moeilijk te beantwoorden. Hierbij komt bovendien nog, dat deze stelling, indien ze al voor  $f(x)$  is aangetoond, ons over de transcendentie van  $f(x)$  nog niets leert, wanneer  $f(x)$  niet de eenvoudige eigenschappen van machten bezit, die het probleem voor de exponentiaalfunctie betrekkelijk eenvoudig maken. Hier liggen dus twee moeilijkheden. In den loop van dit jaar is een publicatie verschenen van den U reeds eerder genoemden Duitschen mathematicus C. F. Siegel, die o.a. een aantal zeer belangrijke resultaten bevat over de transcendentie van sommige functies  $f(x)$ , waarbij beide moeilijkheden zijn overwonnen.

Met behulp van een reeks, die een uitbreiding is van de bekende reeks, waarin de exponentiaalfunctie kan worden ontwikkeld, definieert Siegel de door hem zoo genoemde  $E$ -functies.

De eigenschappen dezer  $E$ -functies zijn, zooals Siegel aantoonst, invariant ten opzichte van bepaalde operaties; de  $E$ -functies vormen een ring. Speciaal geldt, dat de afgeleide en de integraal van een  $E$ -functie, alsmede de som en het product van twee  $E$ -functies weer  $E$ -functies zijn. De auteur bewijst, dat o.a. iedere veelterm in  $x$  met algebraïsche coëfficiënten, de exponentiaalfunctie en de nulde Besselsche functie  $J_0(x)$  zulke  $E$ -functies zijn.

Met behulp van de eigenschappen dezer  $E$ -functies gelukt het nu Siegel een analogon van de stelling van Lindemann onder meer voor de nulde Besselsche functie aan te toonen.

Hieruit volgt dan dadelijk de transcendentie van  $J_0(x)$  voor iedere algebraïsche  $x \neq 0$ .