

Essentiëel nu in de verhandeling van Siegel is de positieve wending, die het transcendentiebewijs krijgt; het bewijs, dat de in de stelling van Lindemann optredende lineaire combinatie ongelijk aan nul is, wordt n.l. uitgevoerd doordat voor de absolute waarde dier lineaire combinatie een positieve ondergrens bepaald wordt. Voor het speciale geval van de exponentiaalfunctie zijn dergelijke onderzoeken door Popken verricht; Siegel's theorieën zijn echter algemeener. Hij deelt nieuwe methoden mede en geeft tal van nieuwe resultaten over de transcendentie van zekere functies en van verschillende kettingbreuken en getallen. Zoo kan hij aantonen, dat in de rij der getallen

$$\frac{\log 2}{\log 3}, \frac{\log 3}{\log 4}, \dots$$

willekeurig hooge irrationaliteiten voorkomen, terwijl men sinds Lindemann slechts wist, dat deze getallen irrationaal zijn.

Fundamenteel voor Siegel's onderzoeken zijn de methoden, die hij aangeeft om voor de absolute waarde eener lineaire combinatie van een aantal irrationale grootheden een positieve benedengrens aan te geven. In de laatste helft zijner verhandeling past hij de gevonden benaderingsmethoden toe bij het onderzoek van Diophantische vergelijkingen. Siegel bewijst n.l., dat de eenige algebraïsche krommen, die door oneindig veel roosterpunten van het vlak gaan, rechte lijnen, hyperbolen of andere, daaruit door een eenvoudige transformatie ontstane krommen van het geslacht nul zijn.

De vraag naar het gedrag van lineaire combinaties van een aantal irrationale getallen hield reeds Kronecker bezig. Ze speelt overal in de theorieën der Diophantische approximaties een groote rol.

De woorden approximatie en benadering, zullen U tijdens deze voordracht wel vertrouwd zijn geworden, doch het woord Diophantisch behoeft misschien in dit verband eenige toelichting. Men is in de wiskunde gewoon, problemen