

00162

WB

84 I

NOTATIE EN METHODE IN DE ELEMENTAIRE VERZEKERINGSWISKUNDE

REDE, UITGESPROKEN TER AANVAARDING
VAN HET AMBT VAN BUITENGEWOON
HOOGLEERAAR IN DE VERZEKERINGS-
WISKUNDE AAN DE VRIJE UNIVERSITEIT
TE AMSTERDAM OP
VRIJDAG 10 OCTOBER 1930

DOOR

DR. M. VAN HAAFTEN

DIRECTEUR DER HOLLANDSCHE
SOCIETEIT VAN LEVENSVZERKERINGEN
EN WISKUNDIG-ADVISEUR VAN DEN
PENSIOENRAAD DER NEDERLANDSCHE
HERVORMDE KERK



AMSTERDAM
N.V. DAGBLAD EN DRUKKERIJ „DE STANDAARD

NOTATIE EN METHODE IN DE ELEMENTAIRE VERZEKERINGSWISKUNDE

REDE, UITGESPROKEN TER AANVAARDING
VAN HET AMBT VAN BUITENGEWOON
HOOGLEERAAR IN DE VERZEKERINGS-
WISKUNDE AAN DE VRIJE UNIVERSITEIT
TE AMSTERDAM OP
VRIJDAG 10 OCTOBER 1930

DOOR

DR. M. VAN HAAFTEN

DIRECTEUR DER HOLLANDSCHE
SOCIETEIT VAN LEVENSVERZEKERINGEN
EN WISKUNDIG-ADVISEUR VAN DEN
PENSIOENRAAD DER NEDERLANDSCHE
HERVORMDE KERK



AMSTERDAM
N.V. DAGBLAD EN DRUKKERIJ „DE STANDAARD”

INHOUD

	Blz.
§ 1. Inleiding.	3
§ 2. De verzekeringswiskunde in Nederland geboren.	5
§ 3. De verzekeringswiskunde in Engeland getogen	6
§ 4. Notaties en symbolen	7
§ 5. De universeele notatie.	10
§ 6. Uitbreiding van het terrein voor de intrestnotatie	12
§ 7. Notatie en methode in de intrestrekening	13
§ 8. Herziening der intrestnotatie.	15
§ 9. De verhouding van intrestrekening en verzekeringswiskunde	15
§ 10. Herziening der eigenlijke verzekeringsnotatie	18
§ 11. Notatie en methode in de eigenlijke verzekeringswiskunde .	20



Hoogeerzame Heeren Directeuren onzer Vereeniging,
Hoogachtbare Heeren Curatoren dezer Universiteit,
Hooggeleerde Heeren Professoren,
Zeer geleerde Doctoren in de onderscheidene wetenschappen,
Dames en Heeren Studenten,
En voorts Gij allen, die deze plechtigheid met Uwe tegenwoordig-
heid vereert,

Zeer geachte Toehoorders,

Het karakter van onze Vrije Universiteit brengt op zich zelf genomen niet mede, dat het hooger onderwijs aan deze instelling een andere richting zou moeten inslaan dan aan de openbare universiteiten. In hoofdzaak is het haar immers niet te doen om de richting, waarin de wetenschappelijke arbeid gaat, maar om den gereformeerden grondslag, waarop die arbeid staat. Het verband tusschen dien grondslag en de verschillende takken van wetenschap vormt voor haar een veld van onderzoek, waarvan zij de naartige en nauwgezette bewerking als een eerste levensvoorwaarde heeft te beschouwen. Maar, hoe uitermate belangrijk deze godsdienstig-wijsgeerige studies over de fundamenteen der wetenschap ook mogen zijn, zoo zal de invloed daarvan naar buiten zich toch slechts

krachtig laten gelden zoolang de Universiteit tevens haar naam weet hoog te houden door de wijze, waarop zij naast haar studie van de fundamenteen der wetenschap medewerkt aan den verderen optrek van het gebouw.

Een van de middelen, om die medewerking zooveel mogelijk nut te doen afwerpen is, naast het gewone onderwijs ook aandacht te besteden aan de gebieden der theoretische of toegepaste wetenschap, welke de andere universiteiten tot dusverre braak lieten liggen.

Uit dit oogpunt bezien, mag het wel een zeer gelukkige gedachte worden genoemd, dat de Vrije Universiteit thans, bij de oprichting van de faculteit der Wis- en Natuurkunde, een bijzonderen leerstoel heeft ingeruimd voor de verzekerings-wiskunde.

Nederland was op dit terrein werkelijk ten achter geraakt. Weliswaar bezit de Rotterdamsche Handelshoogeschool een buitengewoon hoogleeraar, die tevens wiskundig adviseur is van een levensverzekeringmaatschappij, maar deze heeft officieel niet de verzekeringswiskunde, doch de verzekeringswetenschap te doceeren, en zijn onderwijs kan slechts in een zeer beperkte mate een wiskundig karakter dragen.

Leerstoelen in de eigenlijke verzekeringswiskunde heeft men echter reeds in alle met Nederland vergelijkbare landen als: Noorwegen, Zweden, Denemarken, Zwitserland en België, om van de grootere rijken niet te spreken. Alleen juist in Nederland met zijn overmatig groot aantal levensverzekeringsinstellingen kende men zulk een leerstoel tot nog toe niet. En als onze Vrije Universiteit hierin thans verandering heeft gebracht, dan deed zij dit op een wijze, die ons doet denken aan de groote Universiteit van Brussel, welke eveneens den naam voert van Vrije Universiteit; want ook dáár is het onderwijs in de verzekeringswiskunde opgedragen aan een hoogleeraar, wat zeg ik, aan twee hoogleeraren, die tevens directeurs zijn van levensverzekeringmaatschappijen.

Tot het bestaan van een zeer nauwe relatie tusschen de eigenlijke hogere mathesis eenerzijds en de practijk van het verzekeringsbedrijf aan den anderen kant mag hieruit niet worden geconcludeerd, maar wel blijkt er uit de behoefte, welke in de kringen der practici gevoeld wordt aan gedegen onderricht in de wiskundige grondslagen. Er zijn inderdaad wel meerdere, vrijwel op zichzelf staande, bedrijfsproblemen, welker oplossing uit een wiskundig oogpunt evenzeer moeilijk als belangrijk valt te noemen, maar hun belang is toch stellig van meer bijkomstigen aard als de logische opbouw van het eenvoudige mathematische apparaat, dat aan de dagelijksche practijk ten grondslag ligt. En aangezien nu daaraan nog wel een en ander te verbeteren valt, zult u het mij, als practicus, wel niet euvel duiden, wanneer ik hier thans Uwe aandacht vraag voor een zoo eenvoudig onderwerp als: Notatie en methode in de elementaire verzekeringswiskunde.

Vooraf ga een enkel woord over haar geschiedenis.

§ 2. *De verzekeringswiskunde in Nederland geboren.*

Was Nederland, om zoo te zeggen, het laatste land, dat de verzekeringswiskunde onder de, door hoogleeraren gedoceerde, leervakken van het hooger onderwijs heeft opgenomen, het is daarentegen onbetwistbaar het eerste geweest, dat de verzekeringswiskunde zelf heeft beoefend.

In Holland werd de verzekeringswiskunde geboren. Haar vader is Johan de Witt.

Ten tijde van den grooten raadpensionaris (1625—1672) waren de meeste vormen van persoonsverzekering, waarmede de verzekeringswiskunde zich in hoofdzaak bezig houdt, nog onbekend, maar de verkoop van lijfrentebrieven vormde toenmaals een reeds langen tijd algemeen gebruikelijk middel van de overheden om zich van contanten te voorzien.

Ouder nog dan de verkoop van lijfrenten is wel de verkoop geweest van renten, welker duur niet van iemands leven afhankelijk was. Men onderscheidde daarbij eeuwigdurende renten, tijdelijke renten en losrenten. Zulk een eeuwigdurende of wel tijdelijke rente, welke tegen betaling van een storting ineens kunnen worden gekocht, dragen tegenwoordig den naam van perpetuïteit en annuïteit. De losrente onderscheidde zich in zooverre van de perpetuïteit en de annuïteit, dat de verkooper daarbij het recht had om na een zekeren tijd de plicht tot verdere uitbetaling der periodieke uitkeeringen weder in te lossen tegen de oorspronkelijke, door hem ontvangen, koopsom. Het verkoopen van een losrente kwam dus practisch op hetzelfde neer als het ter leen opnemen van een bedrag ter grootte van de koopsom tegen een van te voren overeengekomen intrestpercentage. Alleen de juridische constructie van de overeenkomst was anders. Inplaats van aan een ander *f* 100 te leenen en daarvoor als vergoeding *f* 5 per jaar intrest te genieten, totdat het geleende bedrag was terugontvangen, kocht men van hem een periodieke uitkeering van *f* 5 per jaar en betaalde hem daarvoor een koopsom van *f* 100, met dien verstande, dat de verkooper van de rente van een bepaald oogenblik af het recht van wederinkoop der rente had tegen terugbetaling van de koopsom.

Vroeger was de meening zeer verbreid, dat uitleenen van geld tegen vergoeding van rente in strijd was met de Heilige Schrift, en door de kerk werd dit dan ook nadrukkelijk verboden. Hoewel deze opvatting reeds door Calvijn (1509—1564) krachtig is bestreden, heeft zij toch ongetwijfeld ook nog langen tijd nadien een belangrijken factor gevormd voor de instandhouding van het instituut van den rentekoop in gevallen, waarin thans door de betrokken partijen een leeningsovereenkomst zou worden aangegaan. En juist door de algemeene verbreiding van den verkoop van losrenten kon de verkoop van lijfrenten zoo gemakkelijk wortel schieten. De lijfrentenverkoop paste in een bestaand kader van verkoop van vaste renten. Het invoeren van de voorwaarde, dat de rentetrekker

in leven moest zijn om recht op zijn uitkeering te kunnen doen gelden, was slechts een middel in de hand van den verkooper om zijn renten op voordeeleriger condities te kunnen aanbieden. Historisch staat de zaak niet zoo, dat er van ouds her instellingen zijn geweest, waar het publiek steeds naar eigen behoefte lijfrenten kon koopen. Neen, als de overheid een bepaald bedrag aan geld noodig had, dan overwoog zij, of zij zich dit bedrag zou verschaffen door den verkoop van losrenten, dan wel door den verkoop van lijfrenten. En als dan vooral in tijden, waarin geld moeilijk verkrijgbaar was, tot den verkoop van lijfrenten werd besloten, dan geschiedde dit, omdat deze er vanwege de voordeelige voorwaarden bij het publiek gemakkelijker in gingen dan de losrenten.

Het behoeft dan ook geen verwondering te wekken, dat het juist een staatsman als De Witt is geweest, die zich het eerst heeft bezig gehouden met een zoo juist mogelijke wijze van berekenen der lijfrentekoopsommen. Vóór dien werden deze koopsommen slechts ruw geschat, en bij De Witt was nu het vermoeden gerezen, dat de Staten van Holland, welker raadpensionaris hij was, de lijfrenten voor een te lagen prijs verkochten en daardoor aanzienlijk nadeel ondervonden. Hij deed nu een onderzoek instellen naar de sterfte onder de lijfrenteniers en hij schreef een verhandeling, waarin hij de resultaten van dit onderzoek gebruikte bij de eerste poging om niet door schatting, maar door logische redeneering de kooprijzen der lijfrenten vast te stellen bij een gegeven intrestvoet. Deze verhandeling, of memorie, zooals zij veelal werd genoemd, droeg tot titel *Waerdije van Lijf-Renten Naer proportie van Los-Renten*, en is in haar geheel afgedrukt in de Resolutiën, of, gelijk wij thans zouden zeggen, de Handelingen, van de Staten van Holland van 1671, terwijl er in datzelfde jaar ook een afzonderlijke uitgave van verschenen is.

Het is onbetwistbaar, dat met dit stuk de beoefening van de verzekeringswiskunde een aanvang heeft genomen, en Johan de Witt wordt dan ook internationaal erkend als de grondlegger van de levensverzekering.

§ 3. *De verzekeringswiskunde in Engeland getogen.*

Is er dus aan den eenen kant voor ons alle aanleiding om in herinnering te brengen, dat de verzekeringswiskunde geboren werd in Nederland, zoo kan aan den anderen kant niet worden ontkend, dat zij getogen is in Engeland. De aldaar in 1693 door Halley gepubliceerde verhandeling over sterftetafels en lijfrenten is uit een historisch oogpunt niet minder belangrijk dan de ruim 20 jaar oudere memorie van De Witt, en het eerste werk, dat men naar den toenmaligen stand van zaken als een min of meer volledig leerboek van de verzekeringswiskunde zou kunnen beschouwen, werd in 1725

door den naar Engeland uitgeweken Franschman De Moivre onder den titel *Annuities on Lives* uitgegeven in de taal van zijn nieuwe vaderland. Na hem was het wederom de Engelschman Simpson, die in zijn *The Doctrine of Annuities and Reversions* (1742) en in zijn *Select Exercises* (1752) de verzekeringswiskunde een belangrijke schrede voorwaarts bracht. De Engelsche vereeniging van verzekeringswiskundigen, *The Institute of Actuaries*, dateert reeds van 1848; het tijdschrift, dat zij in 1850 begon uit te geven onder den titel *The Assurance Magazine*, bestaat sedert dien, onder den enkele jaren later daarvoor aangenomen naam van *Journal of the Institute of Actuaries*, in vrijwel onveranderde gedaante onafgebroken voort, en van haar *Text-Book*, waarin de geheele verzekeringswiskunde tot in de kleinste bijzonderheden in zeer compacten vorm wordt behandeld, zijn sedert de eerste uitgave van 1882 regelmatig nieuwe drukken in het licht gegeven.

Geen enkel ander land zou in dit opzicht op zulk een staat van dienst kunnen wijzen, al is daarmede ook niet gezegd, dat ook thans nog de Engelsche verzekeringswiskunde in het centrum van de wetenschappelijke belangstelling staat.

Dat er over het algemeen toch zulk een sterke band met Engeland wordt gevoeld, ligt ongetwijfeld in niet geringe mate aan de omstandigheid, dat er tegenwoordig in het verzekeringswiskundige teekenschrift internationaal symbolen worden gebezigd, welke van Engelschen oorsprong zijn.

§ 4. Notaties en symbolen.

Wanneer er in de verzekeringswiskunde gesproken wordt van de symbolen, dan bedoelt men daarmede de teekens, die de verschillende grootheden voorstellen, welke daarin een rol vervullen. De wijze, waarop die teekens zijn samengesteld, noemt men de notatie. Zij was vroeger van land tot land verschillend en men onderscheidde dienovereenkomstig inzonderheid de Engelsch-Amerikaansche, de Fransche, de Duitsche en de Nederlandsche notatie. Langzamerhand is een uitdrukking als Engelsche notatie ook in gebruik gekomen voor het complete stel verzekeringsymbolen, geschreven in de Engelsche notatie.

Een verzekeringswiskundige notatie, bestaande uit een bepaald stel symbolen, is dus geheel iets anders dan wat men in de zuivere wiskunde noemt een symbolische notatie. Met dit laatste bedoelt men een schrijfwijze, waarbij bepaalde teekens op een andere wijze worden geïnterpreteerd dan gewoonlijk het geval is. In dezen zin zal het woord symbool hier door ons echter niet worden gebezigd.

Symbool beduidt in het algemeen niets anders dan teeken. Zoo is een geschreven of een gedrukte letter een symbool voor een bepaalde klank. Een woord ontstaat door samenvoeging van letters en kan dus worden beschouwd als een combinatie van symbolen.

Als geheel genomen vormt het evenwel weder een zelfstandig symbool voor een bepaald begrip.

In den regel wordt het woord symbool niet in zulk een ruime beteekenis gebezigd als wij dit thans hebben gedaan. Wanneer men zegt, dat in de wiskunde de begrippen door symbolen worden weergegeven, dan bedoelt men, dat er juist van allerlei andere teekens dan van woorden gebruik wordt gemaakt. Men heeft daarbij dan te denken aan afzonderlijke letters, aan afzonderlijke teekens, of aan letters, voorzien van diverse toevoegsels als kleine letters, cijfers, streepen en haken.

Meestal zal men nog niet eens van een symbool spreken, wanneer er voor een bepaald begrip eens incidenteel een willekeurige letter wordt ingevoerd, maar doelt men bij het gebruik van het woord symbool op een teeken van zoodanigen aard, dat het ons door zijn uiterlijke gedaante herinnert aan het corresponderende begrip, of aan een of meer eigenschappen daarvan.

In de wiskunde berust die herinnering nagenoeg uitsluitend op een van te voren gemaakte afspraak. Bij de oplossing van een algebraïsch vraagstuk kan men x het symbool van den onbekende noemen, omdat er een algemeene afspraak bestaat om een onbekende aldus voor te stellen. Men leest de eigenschap van het onbekend zijn dus af uit den vorm van het letterteeken. Daarentegen zal men de incidenteel gekozen letters voor de grootheden, welke gegeven zijn, gewoonlijk niet als symbolen betitelen. Voor den verzekeringswiskundige zijn de letters a , V , I , l , d , i , en P symbolen, omdat een ieder, die ook maar iets van verzekeringswiskunde heeft geleerd, onmiddellijk weet, welke begrippen ermede worden aangeduid.

Toch is hiermede nog geen juist denkbeeld gegeven van datgene, wat in de wiskunde met symbolen wordt bedoeld. Afspraken om bepaalde begrippen door afzonderlijke letters aan te duiden worden er ook wel geheel buiten de wiskunde om gemaakt, bijvoorbeeld ter verkorting van de schrijftaal. Wij denken hierbij inzonderheid aan de uitvoerige en systematisch bewerkte lijsten van afkortingen van militaire begrippen, welke met het oog op het toenemend gebruik van het seinwezen op het gevechtsweld allerwege door de militaire autoriteiten zijn ingevoerd. Dergelijke letters of korte lettercombinaties noemt men geen symbolen. De reden daarvan is geenszins, dat zij op andere dan wiskundige begrippen betrekking hebben. Men noemt immers de bijzondere logica, waarin de woorden door letters of teekens zijn vervangen, symbolische logica, ofschoon men daarbij toch ook met niet-wiskundige begrippen heeft te doen. Van symbolen spreekt men, zoodra er letters en teekens worden ingevoerd met het speciale doel, om daarmede bepaalde relaties uit te drukken of bepaalde operaties te verrichten, en dit geschiedt zoowel in de wiskunde als in de symbolische logica.

Het is nu bij de behandeling van een wiskundige kwestie een zaak van overwegend belang om een goede keus te doen ter zake van de

grootheden of begrippen, die men door symbolen zal voorstellen, en van de wijze, waarop men die symbolen zal inrichten.

In boekrecensies kan men wel eens de uiting vinden, dat de schrijver van het besproken werk de leesbaarheid daarvan zeer heeft bevorderd door een *gelukkig* gekozen notatie. Een op een dergelijke wijze ingekleede lofuiting zou gemakkelijk aanleiding kunnen geven tot de meening, dat de schrijver bij de keuze zijner notatie een min of meer toevalligen greep heeft gedaan, en dat hij daarbij geluk heeft gehad. Zoo staat de zaak echter niet. De notatie, welke de lezer bij het volgen van de uiteenzetting eener theorie aan het begin voor oogen krijgt, is door den schrijver bij de definitieve redactie van zijn werk met zorg en studie zoodanig ingericht, dat zij in den kiem reeds terstond zooveel mogelijk datgene in zich bergt, wat verder volgen moet. Dit zal het wel zijn, wat een Faraday aanleiding heeft gegeven om de wiskunde te vergelijken met een koffiemolen, die op een bewonderenswaardige wijze maalt wat men hem te malen geeft, maar waar tenslotte toch niets anders uitkomt, dan men er tevoren heeft ingedaan.

André, die deze uitspraak van Faraday aanhaalt in zijn uitvoerige werk *Des Notations Mathématiques*, (Parijs 1909), noemt haar louter laster en stelt juist de scheppende kracht van de analyse op den voorgrond. Schrijft men, zoo zegt hij, in haar symbolentaal bepaalde waarheden neer, dan spruiten daaruit vanzelf nieuwe en onverwachte waarheden voort. Maar, kan men vragen, als het vinden van nieuwe waarheden in de wiskunde werkelijk zoo van zelf gaat, hoe valt het dan te verklaren, dat het aantal dergenen, die daarin slagen, zoo gering is, en dat zelfs een man van de grootte van Gauss erkennen moet wel maanden lang tevergeefs naar de oplossing van een probleem te hebben gezocht?

Faraday overdrijft natuurlijk met zijn koffiemolen. Het opereeren met symbolen levert niet zelden uitgangspunten op voor nieuwe onderzoekingen. Doch als men de resultaten van zulk een gewoonlijk zeer tijdroovend onderzoek tenslotte in een voordracht van misschien een uur tijds ziet tevoorschijn brengen als iets, dat *vanzelf* uit de symbolentaal voortvloeit, dan is dit grootendeels slechts mogelijk, doordat de symbolen met het oog hierop van te voren expresselijk zoo zijn gekozen of gefatsoeneerd.

Door het scheppen van symbolen, (aldus J. A. Schouten in zijn Delftsche inaugureele rede van 1914) wier onderlinge verbinding aan vaste en volledig bekende wetten is onderworpen, en die een volkomen beeld zijn van die invariante begrippen en betrekkingen, die wij naar aanleiding van een bepaalde groep van — in dit geval kwantitatieve — verschijnselen hebben gevormd, heeft de onderzoeker zich van een bepaald deel der verschijnselenwereld als het ware een model voor eigen gebruik geschapen. Daarbij komen de invariante begrippen en betrekkingen in dit model als axioma's voor den dag, als vaste wetten, volgens welke met het model mag worden gewerkt. Het merkwaardige is, dat, deze axio-

ma's eenmaal vaststaande, de onderzoeker voor een bepaald deel der werkelijkheid in het bezit is geraakt van een afbeelding, die hem tot in alle détails bekend is, of althans kan zijn, daar hij in staat is met behulp van de bekende wetten tot de verste schuilhoeken ervan te doorgvorschen.

Zulk een afbeelding, zulk een symbolengebouw, kan voor eenzelfde groep van begrippen op meer dan één wijze worden gevormd, en men ziet dan ook meermalen, dat voor eenzelfde gebied van theoretische of toegepaste wiskunde verschillende landen er een eigen notatie op na houden. Het behoeft echter wel geen betoog, dat universeele eenheid van notatie met het oog op de internationale samenwerking buitengewoon wenschelijk is.

Wanneer één dier notaties het in bruikbaarheid verre van de andere wint, dan is er veel kans, dat zij op den duur van zelf in de andere landen wordt overgenomen, maar niet zelden staat de zaak zoo, dat de verschillende notaties allen hun eigen voor- en nadeelen hebben. En inplaats van deze nauwkeurig tegen elkander te gaan afwegen, komt men er dan des te gemakkelijker toe om uit traditie aan de nu eenmaal in eigen omgeving gebruikelijke notatie vast te houden.

Het zijn vooral de internationale congressen, welke hierin verbetering kunnen brengen.

§ 5. De universeele notatie.

De behoefte om op deze wijze te geraken tot eenheid van notatie is onder de verzekeringswiskundigen zoo sterk gevoeld, dat dit onderwerp als eerste punt van behandeling geplaatst werd op het programma van hun eerste internationale congres, dat in 1895 te Brussel werd gehouden. Na uitvoerige beschouwingen over de 4 notaties, door ons boven genoemd in § 4, kwam dit congres tot de conclusie om het gebruik van de Engelsche notatie aan te bevelen en wenschelijk geachte wijzigingen op de volgende congressen te behandelen. Op het tweede congres, te Londen in 1898, werd de notatie opnieuw in den breede behandeld en werd een zekere herziening aanvaard. Tevens werd besloten om aan de handelingen van dit congres een overzicht van de notatie, zooals zij thans als universeele notatie zou gelden, toe te voegen. In de handelingen van het derde congres (Parijs 1900), waar de notatie wederom een punt van bespreking uitmaakte, treft men een door Sprague aangeboden herzien overzicht aan, maar het congres deed daaromtrent geen uitspraak, zoodat men de handelingen van het tweede congres als de officieele bron voor de universeele notatie moet beschouwen.

Door de afkomst der notatie is op de verzekeringswiskunde in vrij sterke mate een Engelsch stempel blijven rusten. De symbolen hebben immers meerendeels een beginletter van een Engelsch woord ten grondslag. De thans internationale teekens als *a*, *V*, en *I* voor

rentekoopsom, premiereserve en klimmende verzekering zijn slechts te verstaan als beginletters van de woorden annuity, Value en Increasing. En wanneer wij voor het onthouden van de beteekenis van *l*, *d*, *i*, of *P*, onze toevlucht niet tot Engelsche woorden behoeven te nemen, dan is dit slechts omdat de daarmede corresponderende woorden uit onze eigen taal toevalligerwijze met dezelfde letters beginnen. Bij uitbreiding der notatie met nieuwe letters zal men dan ook zooveel mogelijk bedacht moeten zijn op aansluiting bij het Engelsch.

Gezien de belangrijke rol, welke Engeland in de ontwikkeling van de verzekeringswiskunde heeft gespeeld, zal niemand dit betreuren, maar aan den anderen kant is het toch ook juist het conservatisme van Engeland geweest, dat een beletsel vormde om ten aanzien van het commutatieteeke *N* op radicale wijze in de universeele notatie een fout te herstellen, welke, naar ook van Engelsche zijde werd toegegeven, aan de Engelsche notatie kleefde. Op aandringen van Engeland is, met het oog op de nu eenmaal bestaande boeken en tafels, het gewone symbool *N* in zijn onjuiste beteekenis gehandhaafd en is voor de juiste beteekenis een *N* van een afzonderlijk lettertype aanvaard, namelijk een vetgedrukte of een opengewerkte *N*. Hierdoor wordt de harmonie van het stelsel echter zoodanig verstoord, en de aanblik van een gedrukten tekst zoodanig bedorven, dat men buiten Engeland op dit punt dikwijls van de universeele notatie afwijkt. Men moet daarom hopen, dat een volgend congres deze kwestie eens opnieuw ter hand neemt. Het zal in zijn verlangen naar een radicale verbetering zooveel sterker staan als het congres van 1898, omdat de boeken en tafels, met het oog waarop men den halfslachtigen toestand van thans heeft aanvaard, dan weder 35 jaar langer zijn verouderd.

De vaststelling van een uitgebreid stel symbolen door een internationaal congres, met de bedoeling, deze als universeele notatie te doen blijven dienen, levert naast overwegende voordeelen toch ook het nadeel op, dat daardoor een zekere verstarring kan worden teweeggebracht. Een ieder, die bij een eigen onderzoek resultaten vindt, welke alleen bij herziening der universeele notatie behoorlijk tot hun recht kunnen komen, weet, dat hij daartoe op den duur een internationale belangstelling voor zijn werk zal hebben te wekken en een internationalen weerstand zal hebben te overwinnen. Dit nu vordert van hem een soort van bezigheid, die meer van organisatorischen dan van wetenschappelijken aard is, en daardoor zal menigeen allicht te gemakkelijk voet geven aan de gedachte, dat het onaangetast laten van de universeele notatie tenslotte een zaak is van grooter gewicht dan het propageeren van eigen denkbeelden.

Nu kan men inderdaad, vooral in de toegepaste wiskunde, bezwaarlijk te veel respect hebben voor hetgeen met zooveel moeite door internationale samenwerking tot stand is gebracht, maar aan den anderen kant hebben toch de congressen zelf in hun conclusies

blijken gegeven de noodzakelijkheid van voortdurende herziening duidelijk te beseffen. Daar een herziening sedert 1900 niet meer aan de orde is geweest, zou het ter hand nemen daarvan door een der eerstvolgende congressen niet bepaald overijld genoemd kunnen worden, en aanleiding tot zulk een herziening is er stellig in meer dan één opzicht aanwezig.

Gaarne zoude ik zien, dat de stoot daartoe van Nederland uit werd gegeven, en ik meende daarom in mijn rede van thans voor een kring van personen, waarvan meerderen zooveel op het gebied van internationale samenwerking hebben gepresteerd, goed te doen met te trachten U eenig inzicht te geven in datgene, wat ten grondslag ligt aan een plan tot herziening der universeele notatie.

§ 6. Uitbreiding van het terrein voor de intrestnotatie.

De universeele notatie heeft voor het oogenblik slechts betrekking op de zuivere levensverzekeringswiskunde en op een groot gedeelte van de intrestrekening.

Een plan tot herziening zal nu ongetwijfeld de meeste kans van slagen geven, wanneer gebieden als ziekte- of invaliditeitsverzekering daarbij, evenals tot dusverre het geval was, geheel buiten beschouwing worden gelaten. Later zal daarin wel verandering moeten komen, maar dat is een op zichzelf staande kwestie, welke beter geheel afzonderlijk ter sprake kan worden gebracht. Als wij hier verder dan ook van verzekeringswiskunde spreken, dan bedoelen wij daarmede alleen de levensverzekeringswiskunde, al of niet met inbegrip van de intrestrekening.

Een andere vraag is, of het geen aanbeveling zou verdienen om speciaal ten aanzien van de intrestrekening de universeele notatie eenige uitbreiding te doen ondergaan. Haar bemoeienis strekt zich in dit opzicht ook thans reeds vrij ver uit, veel verder dan men bij het oppervlakkig inzien van het bovengenoemde officieele overzicht der notatie zou meenen. Dit overzicht vermeldt namelijk vooreerst onder afzonderlijken titel enkele speciale intrest-symbolen, maar verderop bij de opgave der verzekeringssymbolen doet het, hoewel dan ook tamelijk terloops, uitkomen, dat men daaruit de corresponderende intrestsymbolen kan doen ontstaan door weglating van de leeftijden. Alle regels, die bij de verzekerings-symbolen gelden voor het aangeven van uitstel, duur, betaling in termijnen, praenumerando of postnumerando betaling, koopsom, premie, premiereserve, premievrije polis, enz. zijn daarmede van toepassing verklaard op de intrestrekening en op de daaronder ressorteerende spaarverzekering zonder sterfte. Tengevolge hiervan wordt ongeveer de geheele intrestrekening door de universeele notatie bestreken, met uitzondering van de enkelvoudige intrestrekening en van de onderwerpen koersbepaling en schulddelging uit de samengestelde intrestrekening.

De enkelvoudige intrestrekening heeft een zoodanig ander karakter, dat zij voor het thans beoogde doel geheel buiten beschouwing dient te blijven, en als wij hier spreken van intrestrekening zonder meer, dan is daarmede dan ook in den regel de samengestelde intrestrekening bedoeld.

Het ligt nu voor de hand om bij een plan tot herziening van de universeele notatie ook de onderwerpen koersbepaling en schulddelging daarbij te gaan betrekken. De wenschelijkheid hiervan is overigens voor elk van beiden niet even groot. In de practijk van het verzekeringsbedrijf speelt de koers- en rendementsbepaling van leeningen een veel grooteren rol dan het maken van aflossingsplans; de nieuwe symbolen, die vereischt worden voor het eerste onderwerp, zijn geringer in aantal en eenvoudiger van samenstelling dan die, benoodigd voor het tweede; ook is, afgescheiden van den uiterlijken vorm, het nut van de invoering op zich zelf in het eerste geval veel grooter dan in het tweede, en tenslotte geeft de leer der koersbepaling een voor de practijk belangrijker voorbeeld van toepassing van het uit een theoretisch oogpunt onmisbare nieuw in te voeren symbool (*Da*) voor de contante waarde eener dalende annuïteit dan zulks met de leer der schulddelging het geval is. Tegen een voorloopige uitschakeling van de leer der schulddelging uit het herzieningsplan tot een eventueel tijdstip, waarop dit onderwerp van meer belang voor het verzekeringsbedrijf zal zijn geworden, zou dan ook niet zooveel bezwaar behoeven te worden gemaakt als tegen uitschakeling van de koersbepaling. Laten wij intusschen hopen, dat het congres, waaraan een herzieningsplan zal worden voorgelegd, dit onverkort zal accepteren en daardoor de intrestrekening als een afgerond geheel van een universeele notatie zal voorzien.

§ 7. Notatie en methode in de intrestrekening.

De verhouding van de verzekeringswiskundigen tot de intrestrekening is langzamerhand ook wel zoodanig van karakter veranderd, dat een beschuldiging, als zoude een verzekeringscongres op deze wijze de aangewezen grenzen van haar bemoeiingen overschrijden, gemakkelijk kan worden teruggewezen. De actuaris, dat is de practische verzekeringswiskundige, liet zich aanvankelijk met de intrestrekening niet verder in dan voor zoover dit noodig was met het oog op de eigenlijke verzekeringen en lijfrenten. Zijn bemoeienis daarmede heeft echter op den duur in tweeërlei richting uitbreiding ondergaan. Vooreerst zijn er allerlei verzekeringsvormen algemeen in zwang gekomen, waarbij het kanselement een meer beperkten rol vervult, of zelfs geheel is uitgeschakeld. Bij de formules voor de berekeningen, welke daarop betrekking hebben, krijgt men dan niet meer te doen met verzekeringssymbolen alleen, maar met een combinatie van verzekeringssymbolen en intrestsymbolen, of wel met intrestsymbolen alleen. In de tweede plaats wordt tegen-

woordig in zeer veel sterkere mate dan vroeger de hulp van den verzekeringswiskundige ingeroepen voor de koers- of rendementsbepaling van de beleggingen der instelling, waaraan hij verbonden is. Zoo is het aanvankelijk louter de practijk geweest, welke de verzekeringswiskundigen meer en meer in contact met de intrestrekening heeft gebracht.

De beoefening daarvan was voordien vrijwel geheel in handen van de leeraren in de wiskunde, en deze stonden er geheel anders tegenover als de actuarissen.

Bij het onderwijs in de algebra wordt de intrestrekening veelal gebruikt ter demonstratie van het nut, dat de kennis van reeksen en logarithmen oplevert voor de practijk van het dagelijksch leven. De leerling krijgt aan de hand van eenvoudige exponentieele functies en van sommatieformules met behulp van een logarithmentafel grootheden te becijferen, waarvan de waarde bijna steeds gemakkelijker zal zijn te vinden met behulp van een rentetafel, hetzij door rechtstreeksche aflezing, hetzij door lineaire interpolatie. En worden de rentetafels hem al bekend gemaakt, dan worden zij hem toch nog voorgesteld als een voortbrengsel van dezelfde theorie. De intrestrekening is bij dit alles geen doel, maar slechts middel, en dit feit drukt zijn stempel op de geheele wijze van uiteenzetten.

Voor den actuaaris staan echter de rentetafels op den voorgrond. Moest hij deze zelf op zijn bureau doen vervaardigen, dan zou dit vermoedelijk niet geschieden door middel van een logarithmentafel en zeker niet door middel van sommatieformules. De bestaande, zeer uitvoerige en van inhoud vrij gevarieerde tafels van rentefuncties vormen echter zijn uitgangspunt. Voor de daarin verwerkte grootheden heeft hij afzonderlijke symbolen, en bij het oplossen van een intrestvraagstuk streeft hij er naar om langs den kortsten weg een zoodanig in symbolen uitgedrukt antwoord te vinden, dat de becijfering aan de hand van de rentetafels hem de minst mogelijke moeite kost. Het wezen der intrestrekening is voor hem tafelkunde en anders niet.

Deze, op het eerste gezicht misschien wat nuchter lijkende, opvatting heeft nu geleid tot een eenvoudige en systematische behandeling van de geheele intrestrekening in een eigen symbolentaal, die voor een ieder, die in de practijk met de intrestrekening te doen krijgt, zoovele voordeelen biedt, dat zij de eerstgenoemde gewone algebraïsche methode op den duur stellig geheel zal verdringen. En zij draagt over de geheele linie zoozeer een actuarielen stempel, en zij is voor het oogenblik buiten den actuarielen kring nog zoo weinig gemeen goed, dat internationale afspraken omtrent hare notatie nergens anders dan op een actuariel congres gemaakt kunnen worden. Eenige herziening van de bestaande intrestnotatie vraagt zij inderdaad.

§ 8. Herziening der intrestnotatie.

Geruimen tijd na de invoering van de universeele notatie gaf de oplossing van een eenvoudig vraagstuk betreffende het verstreken van een onderhandsche leening door een levensverzekering-maatschappij aan een Nederlandsche gemeente incidenteel aanleiding tot het vormen van een, reeds boven aangestipt, nieuw symbool (*Da*) voor de contante waarde eener regelmatig dalende annuïteit.

Een verder onderzoek wees uit, dat het invoeren van dit symbool, gepaard met nog een geringe andere herziening der universeele notatie, een dualistische behandeling van de intrestrekening mogelijk maakte. Hierbij worden dan de symbolen twee aan twee aan elkander toegevoegd, zoodanig, dat elk paar betrekking heeft op eenzelfde begrip, beschouwd bij de twee verschillende richtingen, waarin de tijd doorloopen kan worden. Zoo zijn bijvoorbeeld *dua*l verwant *i* en *-d*, intrest en disconto, en *I* en *D*, klimmend en dalend. Een gevolg hiervan is, dat de uiteenzetting van de theorie aanmerkelijk kan worden bekort, en dat uit iedere formule een daarmede *dua*al verwante formule kan worden afgeleid door letterverwisseling. Bij de invoering van de universeele notatie stond men hier nog zoo ver van af, dat er toen ernstig sprake van is geweest om het bestaande symbool *d* voor disconto af te schaffen, en dat er aan het gebruik, laat staan aan de universeelverklaring, van een afzonderlijk symbool voor het begrip dalend nog niet werd gedacht.

De veranderingen, welke met het oog op de *dua*le verwantschap in de universeele notatie worden vereischt, bestaan, behalve in de invoering van *D*, in de verandering van het bestaande symbool *s* cursief in *s* niet cursief, en in het invoeren van nieuwe symbolen *S* en *s* cursief, zoodat men naast het bestaande drietal symbolen, waarvoor een der lettertypen *a* in gebruik is, een daarmede *dua*al verwant drietal krijgt, waarvoor corresponderende lettertypen *s* gebezigd worden.

Voor de consequenties, welke hieruit voortvloeien bij de behandeling van de beginselen der intrestrekening, zij verwezen naar de Derde Afdeeling van mijn *Leerboek der Intrestrekening*. De vraag, welke wij thans aan de orde willen stellen, is die naar de consequenties, welke uit een en ander voortvloeien voor de eigenlijke verzekeringswiskunde. Daartoe dienen wij echter eerst onze aandacht nader te bepalen bij de onderlinge verhouding van intrestrekening en verzekeringswiskunde.

§ 9. De verhouding van intrestrekening en verzekeringswiskunde.

Zooeven is wel de betrekkelijk uitwendige omstandigheid aangevoerd, dat de verzekeringswiskundigen veel met de intrestrekening in aanraking komen, maar de band tusschen de verzekerings-

wiskunde zelf en de intrestrekening is toch nog van nauweren aard.

Een levensverzekeringmaatschappij is een instelling, die, afgezien van onkosten, winst en veiligheidsmarges, evenwicht moet brengen tusschen hare bezittingen en de contante waarde harer toekomstige ontvangsten eenerzijds, en de contante waarde harer toekomstige uitkeeringen aan den anderen kant. Dat men nu ten aanzien van die ontvangsten zulk een scherp onderscheid pleegt te maken tusschen het bestanddeel premiën en het bestanddeel intrest, is op practische gronden wel te begrijpen, maar men moet toch niet uit het oog verliezen, dat er, zuiver logisch beschouwd, toch maar één rentevoet is, waarnaar men alle disconteeringen kan verrichten, namelijk de rentestand van het oogenblik. Dat bij sommige disconteeringen bovendien levens- of sterftekansen in rekening worden gebracht, is betrekkelijk bijzaak.

Zoo gezien wordt de verzekeringswiskunde een bijzonder soort van intrestrekening, terwijl men ook omgekeerd de intrestrekening als een vereenvoudigden vorm van verzekeringswiskunde kan beschouwen. Het zou dan ook wel gemotiveerd zijn om, als men van intrestrekening in ruimeren zin spreekt, de verzekeringswiskunde daaronder te begrijpen, doch dit is nu eenmaal niet gebruikelijk. Het omgekeerde is eveneens gemotiveerd, en dit geschiedt ook inderdaad: onder verzekeringswiskunde in den ruimeren zin van het woord wordt de intrestrekening begrepen geacht.

Met dit onderlinge verband hangt nu ook de mogelijkheid samen om allerlei onderwerpen uit de verzekeringswiskunde, dit woord thans in engeren zin genomen, op een analoge wijze te behandelen als in de intrestrekening met de corresponderende onderwerpen geschiedt.

Nemen wij bijvoorbeeld de onderwerpen koers uit de intrestrekening en premiereserve uit de verzekeringswiskunde, en vergelijken wij met elkaar een geldleening met een nominaal bedrag 1 en een verzekering met een verzekerd bedrag 1. De koers is de contante waarde van hetgeen door den geldgever ontvangen wordt aan aflossingen, vermeerderd met de contante waarde van hetgeen door hem ontvangen wordt aan intrest. De premiereserve is de contante waarde van hetgeen door den verzekeraar betaald wordt aan uitkeeringen, verminderd met de contante waarde van hetgeen door hem ontvangen wordt aan premiën.

Nu kan men in het eerste geval de contante waarde van den intrest voorstellen door den rentevoet, vermenigvuldigd met de door een enkele letter uitgedrukte contante waarde van de bedragen, waarover intrest wordt betaald, en in het tweede geval de contante waarde van de premiën door de premie, vermenigvuldigd met de door een enkele letter uitgedrukte contante waarde van de eenheid van premie. Men krijgt zodoende twee volkomen analoge uitdrukkingen, die elk de wiskundige waarde van een bijzonderen vorm van credietovereenkomst voorstellen, en nu ook op

analoge wijze verder behandeld kunnen worden. In de intrestrekening gaat men na, welke gedaante de koersformule aanneemt, wanneer de koers op pari, dat is dus op 1, wordt gesteld. In de verzekeringswiskunde komt dit hiermede overeen, dat wordt nagegaan, welke gedaanten de reserveformule aanneemt, wanneer de reserve op nul wordt gesteld, terwijl er dan ook nog een parallel getrokken dient te worden van de verschillende leeningstypen met de verschillende vormen van verzekering. De formules, welke men op deze wijze vindt, kunnen ook wel buiten verband met de intrestrekening door substituties worden afgeleid, maar die substituties hebben dan geheel het karakter van losse invallen.

Er is nog een andere reden, waarom het aanbeveling verdient om reserveberekening en koersbepaling in onderling verband te behandelen.

De premie in de reserveformule draagt hetzelfde karakter als de nominale rentevoet in de koersformule, en evenmin als nu iemand een koersbepaling exact zal willen noemen, wanneer deze uitgaat van een anderen nominalen rentevoet dan dengene, dien hij werkelijk ontvangt, zal hij een reserveberekening exact mogen noemen, wanneer deze uitgaat van een andere premie dan degene, die hij werkelijk ontvangt. Dit beteekent, dat men in het theoretische gedeelte van een actuariel leerboek bij wijze van introductie wel kan ginnen met de netto-methode van reserveberekening, welke de onkosten buiten beschouwing laat, maar dat men toch bij de behandeling van de eigenlijke actuariale bedrijfsleer de zuivere bruto methode op den voorgrond dient te stellen, en dat men alle andere methodes moet behandelen als min of meer gemotiveerde afwijkingen daarvan. Een oordeel omtrent de veiligheid van eenige methode onder gegeven omstandigheden is daarmede natuurlijk niet uitgesproken.

Ook over het zoogenaamde contante-waarde-systeem zou in dit verband een en ander te zeggen zijn, maar het zou ons te ver voeren om daarop diep in te gaan. Wij volstaan daarom met de opmerking, dat het uit een logisch oogpunt beter te verdedigen valt dan het gebruikelijke systeem van waardeering met behulp van jaarlijks wisselende beurskoersen tegenover een jaarlijks op constanten rentevoet berekende premiereserve. Hiermede is dan niet gezegd, dat in de practijk de eisch der logica het van de eischen van gemak en veiligheid behoort te winnen.

Het hoofdpunt, waarom het hier bij het in het licht stellen van de verhouding tusschen intrestrekening en verzekeringswiskunde tenslotte gaat, is van meer theoretischen aard. Men is begonnen met de intrestrekening, voorzooverre men haar voor de practijk van belang achtte, uiteen te zetten volgens de methode der verzekeringswiskunde, maar naderhand bleek, dat haar door het ontbreken van kansen zooveel eenvoudiger structuur haar bijzonder geschikt maakte voor een volledige en systematische behandeling,

waarbij alles werd opgenomen, wat in theorie voor de hand lag, ongeacht of het voor de practijk direct noodig was. Natuurlijk kan een dergelijke algemeene behandeling ook wel te ver worden door-gedreven, maar, in beperkte mate toegepast, onttrekt zij aan de leer-stof het karakter van toevalligheid, dat er in komt, wanneer men zich al te angstvallig door de eischen der practijk laat leiden, en maakt zij haar tot een logisch sluitend geheel.

Van zulk een theoretisch uitgewerkte intrestrekening mag niet meer worden gezegd, dat zij een navolging is van de verzekerings-wiskunde, maar juist omgekeerd, dat zij aan deze ten voorbeeld kan strekken. Het ligt immers voor de hand om nu te gaan onder-zoeken, wat er van haar bruikbaar blijft, wanneer men de symbolen de wijzigingen doet ondergaan, welke overeenkomen met de in-voering van het kanselement.

§ 10. *Herziening der eigenlijke verzekeringsnotatie.*

De vraag, die ons daarbij thans voornamelijk intresseert, is, in hoeverre de herziening der intrestnotatie ook bruikbare gevolgen heeft voor de eigenlijke verzekeringsnotatie. Het karakter van de universele notatie brengt immers mede, dat een herziening, bedoeld voor de intrestrekening, van zelf ook geldt voor de verzekerings-wiskunde in engeren zin, al is daarmee niet gezegd, dat zij in dit opzicht evenveel belang heeft.

De dualistische verwantschap, welke in de intrestrekening zulk een grooten rol speelt, blijft na invoering van het kanselement nog wel bestaan voor verzekeringen bij leven en voor lijfrenten, maar zij verliest vrijwel alle beteekenis voor verzekeringen bij overlijden.

De verzekeringsymbolen zelf, gevormd naar analogie van de nieuwe intrestsymbolen, zijn echter van veel belang gebleken, zoowel voor de bespreking en de berekening van normale tarieven zonder hulp van commutatietekens en commutatiekolommen als voor de berekening van speciale gevallen.

De grootheid S , waarvan men de waarden met behulp van een reciprokentafel uit een tafel van A kan aflezen, speelt onder meer een rol bij retrospectieve beschouwing van de premiereserve. Ver-warring met het commutatieteken S is vanzelf uitgesloten, omdat daarbij in de hier door ons steeds weggelaten suffixen de duur mankeert.

De grootheid s cursief, waarvan men de waarden vindt door sommatie van S , zal een factor blijken te zijn, waarmee men de premie van een verzekering bij leven of van een pensioenverzekering moet vermenigvuldigen om de premiereserve te vinden, en haar re-ciproke waarde is de premie van een verzekering bij leven zelf.

Inzonderheid het symbool D is ook in de verzekeringswiskunde van belang gebleken. Men heeft hier namelijk bijna steeds te doen

met aanvangswaarden, dat is met waarden, aan welker symbolen een der letters *A*, *a* of *a* ten grondslag ligt. Combineert men deze letters met de letter *D*, dan stellen de nieuwe symbolen grootheden voor, waarvan men de waarde aan de hand van een schrijvende telmachine door optelling bepaalt uit de gereedliggende tafels der waarden van *A*, *a* of *a*. Ook de symbolen, gevormd door combinatie van deze letters met de letter *I*, stellen grootheden voor, die als sommen kunnen worden beschouwd, maar het zijn dan sommen van uitgestelde verzekeringen, en daarvan heeft men de tafels in den regel niet gereed liggen. De gemakkelijkste wijze om een *I*-tabel te vervaardigen is, dat men eerst door optelling een *D*-tabel maakt, en de daarin voorkomende grootheden vervolgens aftrekt van die uit een andere tafel, welke men vindt door een tafel van de corresponderende gelijkblijvende grootheden met $n + 1$ te vermenigvuldigen. In den regel zal die *D*-tabel dan bovendien ook op zich zelf nog goede diensten kunnen bewijzen voor andere doeleinden.

In de practijk komt de dalende tijdelijke verzekering voor als middel tot dekking van schulden, waarop jaarlijks een gelijk bedrag wordt afgelost. De koopsom, afgetrokken van de met $n + 1$ vermenigvuldigde koopsom der gelijkblijvende tijdelijke verzekering, levert de koopsom voor de wederverzekering van premien. De dalende gemengde verzekering, welke neerkomt op een combinatie van een dalende tijdelijke verzekering met een gelijkblijvende tijdelijke lijfrente, is dienstig voor de samenstelling van een speciaal tarief van lijfrenten, waarbij in geval van overlijden van den lijfrentenier het eventueele bedrag, dat deze meer voor lijfrente heeft betaald dan hij ervan heeft getrokken, aan de erfgenamen wordt gerestitueerd. Een tarief van dadelijk ingaande dalende tijdelijke lijfrenten is noodig voor de berekening van verzekeringen van allerlei aard met dalende premiebetaling, of, wat op het zelfde neerkomt, met een als gegarandeerd beschouwd klimmend winstaandeel. Voorts kan het dienen als hulpmiddel voor de berekening van een tarief van klimmende tijdelijke lijfrenten, noodig voor de premiebetaling van de in de practijk eveneens voorkomende verzekeringen met klimmende premien.

Wij dienen nu nog de vraag te stellen, of de practische bruikbaarheid van dit alles niet al te zeer wordt verminderd door de omstandigheid, dat niet aan alle tarieven eenzelfde sterftetafel en eenzelfde rentevoet ten grondslag wordt gelegd. Dit blijkt echter slechts in zeer beperkte mate het geval te zijn.

Wanneer men een tafel van verzekeringen bij leven vervaardigt met het doel, om daaruit door sommatie de lijfrenten te vormen voor de premieberekening van verzekeringen bij overlijden, dan bezigt men daarvoor zoodanige grondslagen, dat de tafel niet bruikbaar is als tarief voor het sluiten van verzekeringen bij leven. Daaruit mag nu echter niet worden geconcludeerd, dat de vervaardiging van die tafel een noodeloozen omweg beduidt; want zij

is, voor wie eenmaal aan haar gebruik gewend is, een vrijwel onmisbaar hulpmiddel bij de verdere premieberekening der verzekeringen bij overlijden. Afgetrokken van het uit een premieconversie-tafel afgelezen tarief van gemengde verzekeringen geeft zij tenstond het tarief van tijdelijke verzekeringen bij overlijden, en afgetrokken van een tarief van verzekeringen op vasten termijn of van daarmede samenhangende vormen van verzekering geeft zij het tarief der corresponderende verzekeringen, waarbij de uitkeering slechts plaats vindt, indien de verzekerde vóór het overeengekomen tijdstip overleden is. Voorts is zij nog bruikbaar bij de berekening van allerlei andere bijzondere vormen van verzekering.

Evenzeer als het menigen verzekeraar misschien nog vreemd zal aandoen om te hooren spreken van een tafel van verzekeringen bij leven als hulpmiddel voor het samenstellen van tarieven van verzekeringen bij overlijden, zal hem op het eerste gezicht een tarief van dalende gemengde verzekeringen als hulpmiddel voor het samenstellen van een tarief van lijfrenten met restitutie vreemd aandoen. Hij bedenke echter, dat bij laatstgenoemd tarief de sterfte vrijwel is uitgeschakeld, en dat bovendien de selectie, welke bij gewone lijfrenten een voor den verzekeraar zoo onaangename rol speelt, bij de lijfrente met restitutie eerder in tegengestelde richting zal werken.

§ 11. *Notatie en methode in de eigenlijke verzekeringswiskunde.*

De nieuwe symbolen, en vooral het symbool D , zijn ook dienstig bij het uiteenzetten van de beginselen der verzekeringswiskunde in engeren zin volgens een andere leidende gedachte dan thans pleegt te worden gevolgd.

In de intrestrekening viel bezwaar te maken tegen de methode, waarbij de toepassing van sommatieformules van reeksen, benevens het uitvoeren van berekeningen zonder hulp van gereedliggende rentetafels, op den voorgrond staat. Zoo valt in de verzekeringswiskunde bezwaar te maken tegen de methode, waarbij de toepassing van in commutatieteekens uitgedrukte formules, benevens de uitvoering van berekeningen zonder hulp van gereedliggende premietafels, doch aan de hand van commutatietafels, op den voorgrond staat.

De invoering van de commutatieteekens heeft de verzekeringswiskunde wel een grooten stap vooruitgebracht, maar de al te consequente toepassing daarvan, zooals die in de tegenwoordige leerboeken regel is, heeft toch geleid tot een wijze van behandeling der stof, die veel meer gericht is op een berekening van afzonderlijke gevallen, dan op de samenstelling van een compleet stel tarieven. Het onderlinge verband tusschen de verschillende verzekeringsvormen wordt in hoofdzaak slechts gebruikt als middel om

te geraken tot formules, uitgedrukt in commutatietekens. Dat verband behoort echter in eersten aanleg juist het doel van het onderzocht te zijn, omdat de kortste weg in de practijk ook is, de verschillende tarieven niet uit de commutatiekolommen, maar uit elkander af te leiden. Alleen de kolom der gedisconteerde levenden is onmisbaar als uitgangspunt. Daaruit berekent men een tarief van verzekeringen bij leven. Door optelling met behulp van een schrijvende telmachine vindt men dan zonder moeite het tarief der koopsommen van tijdelijke en levenslange lijfrenten, en aan de hand daarvan leest men vervolgens uit een voor elke sterftetafel en voor elken rentevoet geldige, en in den handel verkrijgbare, premieconversietafel de tarieven der koopsommen en premiën van levenslange en gemengde verzekeringen af. Voor de verdere tarieven gaat men op een dergelijke wijze te werk. Commutatiekolommen van N , S , C , M , of R komen nergens te pas.

Wanneer men nu begint met deze gedachtengang in eenvoudige formules uiteen te zetten, dan heeft men daarin niet alleen een handleiding voor de tariefberekening, maar tevens een beknopte schets van de hoofdzaken van het bedrijf, zooals die toch feitelijk gekend behoorde te worden door een ieder, die daarin werkzaam is. Daar aan kan men dan verdere beschouwingen laten aansluiten over commutatiekolommen enz. die meer in het bijzonder voor de wiskundige afdeeling zijn bestemd ter behandeling van afwijkende gevallen. Een op die wijze samengesteld leerboek lijkt mij veel aantrekkelijker dan de tegenwoordige, waarin de beginnening onmiddellijk struikelt over de talrijke commutatietekens, en aanvankelijk door de boomen het bosch niet zien kan.

Uit de verslagen van de zittingen van het eerste congres blijkt, dat Quiquet reeds in 1895 rekening wilde houden met de mogelijkheid, dat het commutatiesysteem niet het beste was, en de vrees koesterde, dat de officieele aanvaarding van een stel commutatietekens door het congres latere vereenvoudigingen of vernieuwingen zou tegenhouden. Quiquet uitte dit, naar ik meen, meer ter illustratie van zijn tegenzin tegen de geheele universeele notatie, dan omdat hij zelf een bepaalde vereenvoudiging op het oog had, maar zijn vrees is achteraf toch niet zoo ongegrond gebleken. Léon Marie heeft op de zittingen van het tweede congres wel gezegd, dat de symbolen voor de commutatietafels, waaromtrent zulke uiteenlopende verlangens werden gekoesterd, toch eigenlijk bijzaak waren, en de symbolen voor de verschillende verzekeringsvormen hoofdzaak, maar de leerboeken zijn steeds voortgegaan die bijzaak op den voorgrond te schuiven.

Juist door het gebruik van afzonderlijke symbolen voor de verschillende verzekeringsvormen en de daarmee samenhangende interestfuncties is de verzekeringswiskunde, het woord thans in de ruime beteekenis genomen, een eenvoudig geval van een directe analyse. Wij laten immers de grootheden, welker betrekkingen

ons interesseeren, zelf, zonder gebruik te maken van hulpgrootheden, in de formules optreden, en wij zijn daardoor in staat om allerlei betrekkingen ineens neer te schrijven, in plaats van de grootheden eerst te moeten ontbinden, met de op zich zelf beteekenislooze componenten apart te werken, en het resultaat later weder samen te stellen.

Op deze wijze opgevat vormt ook de elementaire verzekeringswiskunde een symbolengebouw, dat zich in schoonheid wel niet meten kan met de paleizen uit de zuivere mathesis, maar dat door harmonie en doelmatigheid toch een aantrekkelijke verblijfplaats kan zijn voor degenen, die daarin uit kracht van hun beroep moeten wonen. Zelf mede te werken tot de voortdurende verbetering van dit gebouw is mij steeds een plicht en een genoegen geweest.

U, Mijne Heeren Directeuren en Curatoren,

ben ik ten zeerste erkentelijk, dat Gij mij door de eervolle benoeming tot buitengewoon hoogleeraar in staat stelt thans ook anderen op te leiden tot medewerking aan diezelfde taak, welke, hoezeer uit een wetenschappelijk oogpunt ook van een beperkt karakter, voor de samenleving toch van een zoo groote beteekenis is. Gaarne had ik van die erkentelijkheid almede doen blijken door rekening te houden met den, naar ik weet, in Uw midden levenden wensch, dat de nieuw optredende hoogleeraren in hun inaugureele rede een onderwerp behandelen, dat verband houdt met den gereformeerden grondslag onzer Universiteit. Er stond mij zelfs wel een onderwerp voor den geest, dat ruimschoots gelegenheid bood om naast het terrein van de verzekeringswiskunde ook dat van het geloof te betreden; maar de ervaring heeft mij geleerd, dat men een werk van dien aard niet moet ondernemen, zonder over een groote ruimte van tijd te beschikken. En ik had ook rekening te houden met een anderen wensch van U, een die mij uitdrukkelijk kenbaar was gemaakt; den wensch namelijk, dat ik mijn inaugureele rede zou houden vóór het halve-eeuwefeest der Universiteit, dat wij op het punt staan te vieren. Om aan dat verlangen te voldoen stond voor mij, die door mijn practische werkzaamheden bovendien voor den theoretischen arbeid slechts een beperkte hoeveelheid tijd heb te missen, geen andere weg open, dan een onderwerp voor mijn rede te kiezen, dat niet aan de grenzen, maar in het centrum van mijn leervak is gelegen. Daarbij koesterde ik de hoop, dat Gij, en allen, die in de Vrije Universiteit belang stellen, de overtuiging, dat ik mijn ambt niet heb aanvaard zonder de grondslagen van het verzekeringswezen nauwkeurig getoetst te hebben aan mijn gereformeerde geloof, wel reeds zult hebben geput uit mijn U bekende verhandeling over Verzekering en Voorzienigheid. Het is mijn oprechte bede, dat de arbeid, welke ik onder Uw toezicht aan de Vrije Universiteit hoop te verrichten, door 's Heeren zegen moge bijdragen tot bevoor-

dering van haar bloei. De toewijding, waarmede *Gij* haar dient, zal mij daarbij ten voorbeeld strekken.

Mijne Heeren Professoren,

De aanraking, welke ik met velen Uwer reeds heb gehad, doet het mij, naast een eer, ook een genoeg achten tot Uw ambtgenoot te zijn benoemd. Dit genoeg wordt echter wel eenigermate getemperd door de vrees, aan de eischen, welke *Gij* van Uw kant aan een nieuwen collega stelt, niet in alle opzichten te kunnen voldoen. Mijn dagtaak ligt nu eenmaal in mijn practischen werkkring buiten de Universiteit, en daarin verandering te brengen zou ik ontrouw achten tegenover de verzekeringsinstelling, waarvan mij, als directeur, mede de leiding is toevertrouwd. Ik hoop, dat *Gij* dit wel in aanmerking wilt nemen, als ik hier of daar misschien in mijn plichten jegens U te kort mocht schieten. Van harte beveel ik mij in Uw aller steun en vriendschap aan, met het vaste voornemen van mijn kant alles in het werk te zullen stellen om mij het, blijkens Uwe voordracht door U in mij gestelde vertrouwen, waardig te be-
toonen.

Dames en Heeren Studenten,

Op Woensdag, 5 November, hoop ik des avonds om 8 uur in het Universiteitsgebouw, Keizersgracht 162-164, een college van tweemaal drie kwartier achtereen te openen in de beginselen van de verzekeringswiskunde. Dit college zal niet uitsluitend bestemd zijn voor de studenten in de wis- en natuurkunde, maar voor allen die, in of buiten de Universiteit, toegerust zijn met de algebraïsche kennis van gymnasium, handels-, of hogere-burgerschool, en die de wiskundige grondslagen en iets van de bedrijfsleer van de levensverzekering willen leeren kennen. Met het oog op degenen, die buiten onzen universitair kring staan, moge ik er aan herinneren, dat voor het volgen van colleges instemming met den gereformeerden grondslag der Universiteit niet wordt vereischt.

Het is misschien geen gewoonte om zoodanige zakelijke mededeelingen te doen bij een plechtige gelegenheid als deze, maar, speciaal in verband met de viering van het jubileum, leek het mij gewenscht van deze plaats uit bekendheid te geven aan het feit, dat er in de nieuw opgerichte faculteit nu ook spoedig met het geven van colleges een aanvang zou worden gemaakt.

Moge mijn onderwijs bijdragen tot verlevendiging van Uwe belangstelling in het vak mijner keuze en tevens tot uitbreiding van den kring dergenen, die instemmen met het hogere doel van onze Universiteit.

Ik heb gezegd.

VERZEKERING EN VOORZIENIGHEID

DE GEMOEDSBEZWAREN TEGEN VER-
ZEKERING MEDE IN VERBAND MET DE
STAATKUNDIG-GEREFORMEERDE PARTIJ

DOOR

Dr. M. VAN HAAFTEN

DIRECTEUR DER HOLLANDSCHE SOCIETEIT VAN
LEVENSVERZEKERINGEN EN WISKUNDIG ADVISEUR
VAN DEN PENSIOENRAAD DER NEDERLANDSCHE
HERVORMDE KERK.

PRIJS 90 CENT

UITGAVE VAN DE

N.V. DAGBLAD EN DRUKKERIJ DE STANDAARD

N.Z. Voorburgwal 58-62 en 68-70 - AMSTERDAM (C)

BIBLIOTHEEK VRIJE UNIVERSITEIT



3 0000 02017 9952