

per dan de vorige. We merken echter op, dat we in deze stellingen den noemer y niet willekeurig mogen kiezen. Er wordt alleen uitgesproken, dat er oneindig veel noemers bestaan, waarbij een breuk $\frac{x}{y}$ behoort, die de scherpe benadering van a geeft, welke in de stelling van Hurwitz is uitgedrukt.

Borel breidde de stelling van Hurwitz uit, door aan te toonen, dat, mits $m > 10$ is, er tusschen elk paar getallen m en $15m^2$ ten minste één zulk een noemer y gelegen is.

Denjoy verscherpte het resultaat van Borel door de kleinste (van m afhankelijke) waarde aan te geven, waardoor men de uitdrukking $15m^2$ in de stelling van Borel kan vervangen.

Tenslotte gaf van der Corput aan, waardoor men de door Denjoy berekende waarde dient te vervangen, als men in de breuk $\frac{1}{\sqrt{5}y^2}$, die de scherpte der benadering aangeeft, $\sqrt{5}$ vervangt door een kleiner positief getal.

Hurwitz zelf bewees reeds, dat het onmogelijk is in zijn stelling de in de breuk $\frac{1}{\sqrt{5}y^2}$ optredende coëfficiënt $\sqrt{5}$ en exponent 2 door grootere getallen te vervangen.

We merken van de stelling van Hurwitz, die dus uitspreekt, hoe scherp a door oneindig veel rationale getallen $\frac{x}{y}$ op zijn minst te benaderen is, ten slotte nog op, dat ze afgeleid is en geldt in de algemeene veronderstelling, dat *a ieder willekeurig irrationaal getal* kan voorstellen.

Wij vragen ons nu af, hoe scherp een irrationaal getal a dan wel op zijn hoogst kan worden benaderd door oneindig veel breuken $\frac{x}{y}$. Het antwoord op deze vraag kost den wiskundigen veel moeite.

Om U te kunnen mededeelen wat op dit gebied is bereikt, zal het noodig zijn de irrationale getallen te onderscheiden.

Het getal $\sqrt{2}$ is een wortel der vierkantsvergelijking $x^2 - 2 = 0$. We noemen het daarom een algebraïsch getal.