

De aard der wiskundige zekerheid.

(Kort verslag van het referaat van Prof. Dr. J. F. Koksma, gehouden in de vergadering der Natuurkundige Sectie op 3 November 1934 te Utrecht en van de daarop gevolgde discussie).

Na eenige algemeene beschouwingen over formeele en intuïtieve elementen in de werkzaamheid van den wiskundige, komt Spr. tot zijn eigenlijke onderwerp: de wiskundige zekerheid.

Dat een dergelijke zekerheid erkend wordt, zou men bijvoorbeeld kunnen afleiden uit ons natuurlijk vertrouwen in de toepasbaarheid der uitkomsten van reken- en meetkunde op de ervaring. Zonder op het onderwerp vooruit te loopen kunnen we alvast opmerken, dat dit vertrouwen voor een niet gering deel weer steunt op het diepere vertrouwen, dat in de wiskunde nooit een stelling *S* kan worden bewezen, tegelijk met haar logisch tegendeel: de stelling *niet-S*. We vragen:

- a. Is dit vertrouwen gewettigd?
- b. Indien de gangbare wiskunde (resp. een of ander wiskundig systeem) inderdaad innerlijk vrij van tegenstrijdigheden is, mag men dan zeggen, dat de uitkomsten van het systeem: wiskundig waar zijn, mathematische beteekenis hebben?

Spr. gaat op deze vragen in den breede in; het volgende kan van het zeer uitvoerige referaat slechts de hoofdpunten aanstippen.

De verhouding van wiskunde en ervaring wordt door Spr. belicht aan de hand van de ontwikkeling der meetkunde.

Hij beziet achtereenvolgens de verschillende opvattingen over de Euclidische meetkunde en haar relatie tot de ervaringsruimte (empirisme; aprioriteitsgedachte van Kant). Hij schetst hoe uit den strijd om het parallellenaxioma de niet-Euclidische geometrieën te voorschijn kwamen, waardoor de gedachte van Kant zoo niet onhoudbaar werd, dan toch een geduchten knauw kreeg: logisch zijn blijkbaar geheel verschillende geometrieën mogelijk, die elk afzonderlijk een gesloten systeem zonder innerlijke tegenspraak vormen, en alle met gelijke scherpste van nauwkeurigheid in staat blijken, dat deel der physische ruimte te beschrijven, waarmede de mensch door zijn ervaring te maken heeft.

Spr. gaat op het hiermede samenhangende vragencomplex dieper in. Verder legt hij den nadruk op twee wijzen van opbouw dier meetkunden: analytisch of formeel axiomatisch. De moeilijkheid van het bewijs der „Widerspruchsfreiheit“ in de formeele meetkunde wordt met één slag opgelost door de corresponderende „foto-