

formeel logische strengheid eener theorie hare rechtvaardiging ziet, ongeacht of haar eenige reële beteekenis toekomt of niet ¹²⁴).

Van groote beteekenis voor de verbreiding der formalistische opvatting van de wiskunde is ongetwijfeld de ontwikkelingsgang der meetkunde in de negentiende eeuw geweest.

Bij het vergeefsche zoeken naar een bewijs voor het zoogenaamde parallelen-axioma van *Euclides* toch, veroverde men het onverwachte inzicht, dat dit axioma van de andere axiomata onafhankelijk is, en, dat het mogelijk is, door weglating van het genoemde axioma, of bij vervanging door een afwijkend, andere, *niet-Euclidische*, geometrieën op te bouwen ¹²⁵), die elk voor zich een systeem vormen van dezelfde logische onaantastbaarheid als het *Euclidische*, maar die daarvan, en naar het scheen ook van de *ervaring*, essentieel verschillen, hoewel, wat het laatste betreft, het voortschrijden der wetenschap aan het licht bracht, dat de nieuwe meetkunden in staat zijn, met niet minder scherpste van nauwkeurigheid die eigenschappen der physische ruimte te beschrijven, waarmede wij in onze ervaring van doen hebben, dan de *Euclidische*, ja in sommige gevallen boven deze de voorkeur verdienen ¹²⁶).

Dat dit alles noodzaakt tot bezinning ten aanzien zoowel van het empiristische standpunt, dat in de axiomata van *Euclides* (zij het geïdealiseerde) ervaringswetten ziet, als van de *Kantiaansche* gedachte betreffende de *Euclidische* meetkunde als aanschouwingsvorm a priori van onzen geest, is duidelijk.

Een andere opvatting brak zich baan: de formalistisch-axiomatische, die we het zuiverst terugvinden in de meetkunde, zooals die door *Hilbert* werd ontwikkeld ¹²⁷). *Hilbert* grijpt terug op *Euclides* ¹²⁸). Deze geeft wel definities van zijne objecten, bijvoorbeeld: „een punt is wat geen deelen heeft”, en dergelijke, maar in zijn verder werk wordt van den inhoud dezer definities geen gebruik meer gemaakt. *Hilbert* trekt hieruit de consequentie en definiëert zonder meer: „er zijn dingen: punten, lijnen, vlakken genaamd”, het aan den lezer overlatend zich daarbij al of niet iets te denken. Voor de genoemde objecten legt hij dan eigenschappen in vrij door hem gekozen axiomata vast (wat op meer dan één manier mogelijk is) en gaat door logische redeneering uit deze axiomata stellingen afleiden.

Vraagt men, welke beteekenis aan deze stellingen toekomt, dan luidt het antwoord, dat zij zuiver formeel zijn; indien echter objecten zouden zijn aan te wijzen, die aan de opgestelde axiomata voldoen, dat zouden voor deze objecten tevens de afgeleide stellingen gelden.

De vraag is dus nu maar, of zulke objecten bestaan.

Dat een beroep op de ervaringsruimte hier niet kan baten, ligt, na het voorgaande, voor de hand. Niet is onmogelijk, dat, als de axiomata geschikt worden gekozen, het systeem practisch bruikbaar blijkt om bij benadering de verschijnselen uit die ervaringswereld te beschrijven; maar zulks behoort tot de toepassing van het systeem