

denken (*Riemann* past op zekere uitdrukking de variatierekening toe en ook *Steiner* „varieerde”, zooals wij zagen, zijn krommen), schuilt echter een lacune, analoog aan die, welke zooeven werd besproken. Dit werd omstreeks 1860 opgemerkt door *Weierstrass* ²⁷⁾.

De existentiëstellingen van *Riemann* met hun verstrekkende toepassingen stonden daardoor op losse schroeven en het principe van *Dirichlet* raakte in discrediet. Ook die mathematici, die aan de juistheid der stellingen bleven gelooven, gaven de ontoereikendheid van *Riemann's* bewijs toe ²⁸⁾. Onder de physici nam men een ander standpunt in, getuige een opmerking van *Helmholtz* ²⁹⁾: „Für uns Physiker bleibt das Dirichletsche Prinzip ein Beweis”, waarbij *Felix Klein* fijntjes aantekent, dat *Helmholtz* blijkbaar onderscheidde tusschen bewijzen voor mathematici en zulke voor physici ³⁰⁾.

Nu kan inderdaad physische aanschouwing bij wiskundige existentiëproblemen een belangrijke rol spelen. Ziet men bijvoorbeeld op grond van natuurkundige wetten in, dat de overigens misschien niet nader bekende functie, welke bij een of andere beweging de plaatsverandering van een stoffelijk punt met den tijd aanduidt, aan een zekere differentiaalvergelijking gehoorzaamt, dan is het op physisch standpunt duidelijk, dat er een oplossing van die differentiaalvergelijking bestaat. De mathematicus zal dit wel is waar aanvaarden als een vingerwijzing, niet als een existentiëbewijs. Zelfs als hij, aannemend dat er een oplossing bestaat, een functie kan opstellen, die deze oplossing moet voorstellen, dient hij nog te controleeren, of de functie inderdaad aan de differentiaalvergelijking voldoet.

De existentiëstellingen van *Riemann* werden omstreeks 1870 voor een belangrijk deel gered door *Schwarz* ³¹⁾, een leerling van *Weierstrass*, maar daartoe moest deze omzien naar geheel andere wegen; het gelukte hem met zijn zoogenaamde *alterneerende methode*: Voor den cirkel was, zooals we zagen, het randwaardeprobleem opgelost; door nu anders gevormde gebieden dakpansgewijze stapje voor stapje met cirkels te overdekken, gelukte het *Schwarz* het probleem ook voor zulke gebieden op te lossen ³²⁾. Later verschenen nog vele andere oplossingsmethoden (o.a. van *Neumann* en van *Poincaré*), waarop ik niet wil ingaan ³³⁾, doch pas omstreeks 1900 gelukte het, en wel aan *Hilbert*, om de grondgedachten van het sinds de kritiek van *Weierstrass* verworpen principe van *Dirichlet* in eere te herstellen, door ze te gebruiken tot den opbouw van een streng bewijs ³⁴⁾.

De *alterneerende methode* van *Schwarz* vertoont in opzet eenige gelijkenis met de zoogenaamde methode der *successieve approximaties*, die, sinds *Picard* zulk een gewichtige rol in de theorie der differentiaalvergelijkingen speelt ³⁵⁾, en de grondgedachte van beide methoden vindt men reeds in een oud procédé der algebra: de *regula*