

maar het laat zich gemakkelijk in een constructieven vorm gieten. Het is namelijk mogelijk de reële algebraïsche getallen zoodanig te nummeren, dat men bij iedere $n \geq 1$ in een eindig aantal stappen n cijfers achter de komma kan bepalen in de decimale ontwikkeling van het n -de getal dier rij. De diagonaalmethode van Cantor levert dan een transcendent getal, waarvan men in een eindig aantal stappen ieder gewenscht aantal decimalen kan berekenen, ja levert zelfs oneindig vele zulke transcendente getallen ⁵²⁾.

Wat men tegen de methode kan aanvoeren is dus niet, dat ze niet constructief is, maar wel, dat de transcendente getallen, niet in een gesloten vorm geleverd worden; dat zich verder niets over deze getallen laat uitspreken (zulks in tegenstelling met bijvoorbeeld de methode van Liouville); dat het bewijs geen middelen geeft om uit te maken of bepaalde bekende getallen, zooals bijvoorbeeld e of π , tot de transcendente behooren of niet ⁵³⁾.

Men denke zich nu, in analogie met het voorgaande, het geval, dat iemand een stelling heeft bewezen van het volgende type: „De reële getallen, met uitzondering van oneindig vele, die zich echter in een genummerde rij R laten ordenen, hebben de eigenschap E ” (waar E een eigenschap beteekent, die in de stelling nader is omschreven en waarvoor het zinvol is van een reëel getal te vragen, of dit die eigenschap bezit of niet), terwijl het hem echter onmogelijk is, om op grond van zijn bewijs iets naders over de getallen van R mede te deelen. In dit geval ligt de zaak anders dan zooeven. Nu toch kan de constructie van een reëel getal, dat de eigenschap E bezit, met behulp der diagonaalmethode, niet daadwerkelijk worden uitgevoerd en is de tegenwerping, dat het bewijs niet constructief is, gerechtvaardigd ⁵⁴⁾.

In een soortgelijk, maar gecompliceerder geval verkeert men bij de zoogenaamde *metrische* onderzoekingen, die een belangrijke rol spelen, vooral met betrekking tot de getallentheoretische eigenschappen van het continuüm. Deze onderzoekingen berusten op de maattheorie van Borel en Lebesgue ⁵⁵⁾.

Wanneer men op een rechte lijn een nulpunt O aanwijst en een lengte-eenheid kiest, duidt ieder punt P der rechte een getal aan (n.l. het getal, dat de afstand OP aangeeft) en omgekeerd ieder getal, een punt der rechte.

Ik beschouw thans 2 punten, A en B , en noem de verzameling der tusschen A en B liggende punten, het vak (A, B) ; aan dit vak ken ik als „maat” toe zijn lengte. Ook een geïsoleerd liggend punt vatten we op als een vak en wel met de maat nul. Een willekeurige, misschien zeer grillig verspreid liggende puntverzameling op onze rechte trachten we nu te meten met behulp van vakken. Hoe dit volgens de theorie van Borel-Lebesgue geschiedt, kan hier niet worden beschreven. Ik volsta met de mededeeling, dat de klasse der volgens deze theorie meetbare verzamelingen, zeer uitgebreid is, en