

vermeld slechts de volgende stelling: Splitst men van een meetbare verzameling een meetbaar deel af, dan is ook het overblijvende deel meetbaar; en de maat der verzameling is gelijk aan de som van de maten der deelen.

Ons interesseeren hier hoofdzakelijk *verzamelingen van de maat nul*, een begrip, dat ik hier streng kan definiëeren: een puntverzameling heet van de maat nul, indien het mogelijk is, bij iedere nog zoo klein gekozen positieve lengte d , een eindige of oneindige rij van vakken aan te wijzen, die de puntverzameling overdekken en wier gezamenlijke lengte kleiner is dan d .

Ligt nu in een vak V een verzameling W van de maat nul, dan heeft het resteerende deel V' van het vak V blijkbaar dezelfde maat als het vak V zelve. Men drukt dit ook uit door de nuttig gebleken spreekwijze, dat *bijna alle punten (getallen)* van V tot dat resteerende deel V' behooren; *bijna alle* beteekent per definitie: *alle met uitzondering van een verzameling van de maat nul* (die eventueel leeg kan zijn).

Merkwaardig is nu de zoogenaamde *nul-of-één-wet*, die onder anderen geldt voor alle *homogene* verzamelingen. De verzameling W heet in ons vak V homogeen, als in ieder deelvak van V , de maat van dat deel der verzameling, dat in dat deelvak ligt, steeds dezelfde fractie is van de maat van dat deelvak, waar en hoe klein dit laatste ook wordt gekozen. Deze fractie nu noemt men de *dichtheid* van W in V . Nu zegt de nul-of-één-wet: *de dichtheid eener in V homogene verzameling is nul of één* ⁵⁶⁾. Anders: tot een in V homogene verzameling behooren bijna alle, of „bijna geene” punten (getallen) van V .

Opmerkelijk is nu, dat zeer vele verzamelingen, die ons in de getallenleer interesseeren, homogeen zijn; vele stellingen in de metrische getallenleer beginnen dan ook: „Bijna alle getallen.....”

Een interessant voorbeeld bieden de onderzoeken van Borel over de zoogenaamde *normale* getallen ⁵⁷⁾.

Beschouwt men de ontwikkeling in een tiendeelige breuk van het getal $\frac{1}{3}$, dan merkt men, dat deze repeteert. Van bekende *irrationale* getallen, als $\sqrt{2}$, e , π weet men alleen, dat hun decimale breuk niet repeteert, maar verder is over het gedrag der decimalen vrijwel niets te zeggen ⁵⁸⁾. Men weet bijv. niet, of in de decimale ontwikkeling van π het cijfer 7 relatief vaker voorkomt dan de andere cijfers.

Borel noemt nu een getal *normaal*, indien in zijn tiendeelige ontwikkeling alle cijfers relatief even vaak voorkomen, precieser: deelt men het aantal der zevens onder de eerste n decimalen door n , dan zal men bij een *normaal* getal een breuk verkrijgen, die bij onbegrensd aangroeiende n tot $\frac{1}{10}$ nadert; en wat hier van het cijfer 7 gezegd is, geldt ook voor de andere 9 cijfers.

Nu schuilt in de keuze van 10 als grondtal der ontwikkeling een zeer willekeurig element en het is de vraag, of een normaal getal