

mede corresponderende vergelijkingen, heeft men een nummeringsprincipe verkregen voor de *exacte* beginstukken der *oneindig voortlopende* decimale ontwikkelingen *aller reële algebraïsche getallen* en wel heeft de n -de decimale breuk B_n uit deze rij minstens n decimalen (in de rij zullen dezelfde algebraïsche getallen herhaalde malen door een beginstuk vertegenwoordigd zijn, doch dat stoort den bewijsgang niet). Men vorme nu de decimale breuk $0, a_1 a_2 a_3 \dots$, waarin a_n voor $n = 1, 2, \dots$ volgens een willekeurig vast te leggen principe gekozen wordt, maar in ieder geval zoodanig, dat a_n afwijkt van de n -de decimaal b_n der n -de breuk B_n uit de zooeven geconstrueerde rij (*diagonaalmethode*) en niet van zekeren index af steeds gelijk is aan nul. De oneindig voortlopende tiendeelige breuk $0, a_1 a_2 a_3 \dots$ is dan een ondubbelzinnig vastgelegd getal, dat zeker transcendent is, wijl geen beginstuk zijner decimale ontwikkeling in de rij der beginstukken $B_1, B_2, \dots$ voorkomt.

- 53) $e = 2,718 \dots$ beteekent hier e.v. de basis van het stelsel der natuurlijke logaritmen, $\pi = 3,1415 \dots$ het getal van *Archimedes*. Deze getallen zijn inderdaad transcendent, zooals omstreeks 1880 werd bewezen: voor e door *Hermite*, voor π door *Lindemann*. (Literatuur in *D.A.*, Kap. IV).
- 54) Met een soortgelijk betoog als dat onder 52) toont *H. Lebesgue* (*Sur certaines démonstrations d'existence*; Bull. de la Soc. Math. de France 45 (1917), blz. 132—144, speciaal blz. 135) aan, dat men kan „nommer un nombre réel” met de eigenschap E op grond der genoemde stelling. Hij geeft echter toe, dat dit „nommer” niet hetzelfde is als „calculer” (blz. 136). Inderdaad, daartoe toch zou noodig zijn, dat men van de getallen van R het beginstuk hunner decimale ontwikkeling kon opschrijven.
- 55) Wegens de uitgebreidheid der betreffende literatuur, noem ik slechts de korte, doch duidelijke ontwikkeling van deze maattheorie door *J. Wolff*, *Metriek van puntverzamelingen*; *Lebesgue*-integratie, *Mathematica B* (Zutphen) 4 1935/1936, blz. 1—12, 33—50, 65—71. Voor literatuur zie men het uitgebreide artikel in de onder 21) geciteerde Encyclopädie van *L. Zoretti—A. Rosenthal*, *Die Punktmengen* (Bd. II, 3, 2, blz. 852 e.v.).
- 56) Deze stelling is bevat in een diepere van *Lebesgue* (een bewijs dezer laatste bijv. in het onder 55) a.w. van *Wolff*) en werd in de geciteerde gedaante op eenvoudige wijze bewezen door *Knopp*. (Literatuur in *D.A.*, Kap. III § 5).
- 57) Zie bijvoorbeeld: *E. Borel*, *Leçons sur la théorie des fonctions* (Paris 1914₂), blz. 194 e.v. Verdere literatuur in *D.A.* Kap. IX § 6.
- 58) Zie echter het interessante artikel van *K. Mahler*, *Über die Dezimalbruchentwicklung gewisser Irrationalzahlen*. *Mathematica B* (Zutphen) 6 (1937/1938), blz. 22—36).