

volgt laat beschrijven: om de breuken te verkrijgen heeft men de bovengenoemde geheele getallen paarsgewijze tot nieuwe symbolen samengevoegd en voor zulke getallenparen bepaalde rekenregels ingevoerd, ontleend aan het rekenen met geheele getallen.

Het is echter heel wel mogelijk, voor de getallenparen deze rekenregels heel anders in te voeren, waardoor het systeem dier getallenparen in eigenschappen geheel zou afwijken van het ons bekende systeem der breuken.

In de wiskunde gaat men nu doorgaans als volgt te werk: men definieert de breuken eenvoudig als getallenparen, waarvoor dat bepaalde systeem van bewerkingen is afgesproken ⁹⁶⁾.

Hierin ligt een sterk *formalistische* trek: hij, die dit voor het eerst ontmoet, voelt hier een kloof met de ervaring en vraagt zich af, wat deze getallenparen met het hem vertrouwde begrip der breuken en den in stukjes gesneden appel te maken hebben; bovendien vraagt hij zich af, waarom de rekenregels juist zóó, en niet anders werden gedefinieerd. De wiskundige zal antwoorden, dat het probleem van de verhouding van rekenkunde tot ervaring zeer moeilijk is, maar dat dit probleem niet wordt verhelderd door genoemde verhouding bij iederen stap in den opbouw van zeker onderdeel der rekenkunde in de beschouwingen te betrekken. Bij de hier gegeven invoering der breuken, weet men tenminste, waar men over spreekt en heeft men een exacte theorie, exact in dezelfde mate als rekenkunde exact mag worden genoemd: het begrip breuk is *gearithmetiseerd*. De wiskundige geeft verder toe, dat ook invoering van andere rekenregels op zijn standpunt volkomen gelijk recht heeft; zulke systemen spelen dan ook in de wiskunde een groote rol, men denke slechts aan de „geheele complexe getallen” van *Gauss* ⁹⁷⁾. Dat echter juist de breuken zulk een groote rol in de wiskunde spelen, het worde onmiddellijk toegegeven, zal voor een niet gering deel een gevolg zijn van het feit, dat ze door hun toepasbaarheid zoo'n groote rol spelen in het leven, maar waarop de toepasbaarheid berust, is, zooals reeds opgemerkt, een niet gemakkelijk probleem, ten aanzien waarvan verschillende standpunten mogelijk zijn, die echter (en dat is het voordeel der arithmetisering) de hier bedoelde theorie der breuken zelve niet beïnvloeden, maar ten opzichte van haar, om zoo te zeggen, van andere orde zijn.

Op dezelfde wijze gaat men in de wiskunde te werk met de irrationale getallen. Op het naïeve standpunt is $\sqrt{2}$ a priori een grootheid, die men met groeiende nauwkeurigheid kan benaderen door een oneindig voortlopende rij van breuken (bijvoorbeeld door de worteltrekking maar steeds verder door te zetten). In de wiskunde wordt $\sqrt{2}$ juist gedefinieerd als zoo'n rij van breuken ⁹⁸⁾. Door voor dergelijke rijen goed gekozen rekenregels in te voeren, heeft men de leer van het reële getal gearithmetiseerd ⁹⁹⁾.

Het systeem der complexe getallen kan men weer gemakkelijk