

en omgekeerd.

Op de vele manieren om de reële getallen in te voeren (fundamenteelrijen van Cauchy, snede van Dedekind enz.) behoef ik hier niet in te gaan. Laten we volstaan met de constatering, dat al die methoden leiden tot de stelling, dat de verzameling der reële getallen in wezen identiek is met de verzameling der decimale breuken, of ook met die aller tweedelige breuken, dus in het laatste geval met de verzameling aller oneindige rijen van nullen en enen, waarin een komma is geplaatst. Een reëel getal kan men geven door een voorschrift, waaruit blijkt, hoe de betreffende rij van nullen en enen zich eindeloos voortzet. De plaats van het beeldpunt op de getallenrechte wijst zich dan gemakkelijk: de beschouwde rij van nullen en enen afschrijdend, ziet men dat punt bij ieder nieuw gepasseerd cijfer, als het ware gevangen in een welbepaalde „maas” van „een een-dimensionaal net”, waarvan de „mazen” bij iedere stap inkrimpen.

Het fascinerende spel der nullen en enen heeft zich hier, nu ook het continuüm daarin is gevangen, verdiept: het schijnt, dat de kosmos een eenvoudig zwart-wit-schema biedt, zo men slechts voor de symbolen nul en een de kleuren zwart en wit substitueert.

Het bouwwerk der klassieke analyse maakte op de generaties der vorige eeuw, wier opvattingen overigens ook thans bij verre na niet zijn uitgestorven, een indruk van onvergankelijkheid. Hankel mag zeker worden gezien als een spreektrumpet, wanneer hij uitroept:

„So ist dann der schöne, gewaltige Bau entstanden, dessen Anblick den Mathematiker mit Stolz erfüllt: denn fest gegründet auf unerschütterlichen Fundamenten steigt er planmässig, durch jenen wissenschaftlich aesthetischen Takt geleitet, gewaltig empor, an seinen Auszenwerken durch zierliche Türme geschmückt und scheinbar vollendet, während im Inneren hunderte von eifrigen Arbeitern den unendlichen Bau weiter ins Unendliche hinausführen. Möchte er vor den Schicksalen des Turmes zu Babel bewahrt bleiben” ²⁴).

Deze wens bleek te behoren tot de pia desideria. Reeds Kronecker bracht bezwaren in tegen de reële getallen en analoge constructies op grond van de overtuiging, dat men deze uit de wiskunde kan bannen, voor zover zij een zinvolle uitdrukking geven aan relaties tussen gehele getallen en uit de wiskunde moet bannen voor zover zulks niet het geval is. Zijn ideaal echter, dat sterk aan de lijfspreuk der Pythagoraeërs doet denken, is wel onbereikbaar.

Het was L. E. J. Brouwer, die de fundamenteen van het door Hankel