

lijke ervaring tot op zekere hoogte van de rest te onderscheiden, te benoemen, te herkennen en op zich zelf te beschouwen, voert ons tot het besef van meer of minder, tot het begrip aantal, zowel als tot het begrip rangorde. Daarbij helpen ons de van ouds zogenaamde natuurlijke getallen: 1, 2, 3, . . . , een rij van klanken, zo we spreken, een rij van figuurtjes, zo we schrijven, die in vaste volgorde in ons geheugen zijn geprent. Door achtereenvolgende benoeming met deze klanken, het tellen, onderscheiden wij de objecten onzer keuze, daarmee, met de onder het tellen voortschrijdende tijd, een rangorde dier objecten tot stand brengend en, overeenkomstig de het laatst uitgesproken klank, tevens hun aantal vaststellend.

Bij dit tellen ervaren wij, dat het aantal der getelde dingen onafhankelijk is van de door ons te weeg gebrachte rangorde. Bij elkaar voegen van getelde hoeveelheden voert ons tot het begrip som en optellen van gelijke aantallen tot het tijdbesparende begrip product. Door de bittere exercitie met de tafels van vermenigvuldiging leren we in onze prille jeugd producten mechanisch bepalen. Het gevolg van deze training is, dat de meesten onzer zich op rijpere leeftijd slechts met moeite realiseren in hoeverre hun rekenkunst op inzicht, dan wel op ervaring, gewoonte of goedgelovigheid berust.

De mathematicus neemt met een dergelijke chaotische gesteldheid geen genoegen. Hij zoekt orde. Daarin moge voor gewoonte een verantwoorde plaats zijn, in geen geval voor goedgelovigheid. Hij zegt met Dedekind: „Was in der Wissenschaft beweisbar ist, soll nicht ohne Beweis geglaubt werden” ⁶⁾. Wat hij zich bij die woorden voorstelt, is een tweede, maar in geen geval denkt hij daarbij aan de empirie in de zin der physica: die moge heuristische betekenis hebben, bewijskracht heeft ze voor hem niet. Geen wonder: twee maal twee bomen zijn meestal vier bomen, maar zijn twee maal twee druppels meestal vier druppels?

Maar niemand kan met niets beginnen en ook de wiskundige zal een of ander min of meer helder beschrijfbaar complex van vooronderstellingen onbewezen moeten aanvaarden.

Wanneer hij er naar streeft, zijn praemissen te vangen in discrete axiomata, doet hij het eenvoudigst, de natuurlijke getallen te introduceren als op zich zelf inhoudloze symbolen, waarmede op voorgeschreven wijze moet worden gemanipuleerd. Reeds de tafels van vermenigvuldiging zijn een aanwijzing, dat een formele gang van zaken mogelijk is. Als hij consequent nominalist wil blijven, heeft hij echter geen antwoord op de vraag naar de betrouwbaarheid van de