

kon Von Staudt het aan vier gerangschikte punten van een rechte toegevoegde getal, dat door Möbius ratio bisectionalis (dubbelverhouding) werd genoemd, hoewel het een projectieve invariant is, niet als grondbegrip gebruiken, daar het in de euclidische meetkunde wordt gedefinieerd met behulp van de lengten van vier door de punten bepaalde lijnstukken. De moeilijkheden, die hieruit voortvloeiden, loste hij op, door — kort gezegd — in plaats van met dubbelverhoudingen met puntenviertallen te gaan werken. Zo gaf hij twee voorschriften om aan twee gerangschikte viertallen  $W, O, E, A$  en  $W, O, E, B$  ondubbeltzinnig een derde  $W, O, E, C$  op dezelfde rechte toe te voegen. Het opvolgen daarvan bij een rechte in het euclidische vlak kan men interpreteren als het construeren van een viertal  $W, O, E, C$ , waarvan de dubbelverhouding gelijk is aan de som (of het product) van de dubbelverhoudingen van de viertallen  $W, O, E, A$  en  $W, O, E, B$ . Dit doet vermoeden, dat het spreken van optellen en vermenigvuldigen van punten meer op associatie dan op het constateren van analogie berust; te meer omdat de constructieregels van punten ongetwijfeld uit die voor lijnstukken met gegeven lengten zijn afgeleid.

Volledigheidshalve wijzen wij er nog op, dat in de moderne algebra de woorden som en product in een algemenere betekenis gebruikt worden dan bij het rekenen met natuurlijke getallen, namelijk ook als de voor het laatste geldende wetten niet of slechts ten dele van kracht zijn. Typerend hiervoor is, dat men in de groepentheorie het aan twee gerangschikte elementen toegevoegde element nu eens liever tot som, dan weer liever tot product proclameert. Een analoge generalisatie maakt men in de meetkunde, wanneer men ook in niet-arguesiaanse vlakken de vermelde constructies optellen en vermenigvuldigen van punten blijft noemen.

Vanwege de voorname rol, die de gerangschikte gerichte puntenviertallen in zijn beschouwingen vervulden, kende Von Staudt daaraan de afzonderlijke naam „Worp” toe. Zodoende werd zijn zich stellen op een bepaald axiomatisch standpunt de oorzaak, dat de woordenschat der meetkunde een kleine uitbreiding onderging. Wij leren hier een voorbeeld kennen van het verschijnsel, dat soms overwegingen van axiomatische, systematische, filosofische of aesthetische aard een zekere invloed op de meetkundige terminologie uitoefenen.

Voor een volgend voorbeeld kunnen wij ook in de projectieve meetkunde terecht. Daarin treedt, naar men zegt, dualiteit op, waaronder in het tweedimensionale geval wordt verstaan, dat naast iedere juiste uitspraak een andere eveneens juiste voorkomt, die uit de eerste is te